## CS581 Dynamic Programming Example

| Game | Space required per table | Profit added per table |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  |  | First Table | Second Table | Third Table | Fourth Table |
| Roulette | 3 | 8 | 6 | 4 | 2 |
| Craps | 6 | 11 | 10 | 9 | 8 |
| Poker | 5 | 9 | 9 | 8 | 8 |
| Blackjack | 4 | 10 | 7 | 4 | 1 |

Given the above table, how many gaming tables should be installed for each game in order to maximize profits? Solve the problem with the dynamic programming "backward approach" as demonstrated in class. Let stage 1 correspond to the roulette decision, stage 2 to the craps decision, stage 3 to the poker decision, and stage 4 to the blackjack decision. Let $s_{i}$, the state variables, be the number of square yards available at stage i (note that $\mathrm{s}_{4}=25$ ). Let $\mathrm{d}_{\mathrm{i}}$, the decision variables, be the number of gaming tables assigned at stage i . Let $\mathrm{r}_{\mathrm{i}}^{*}$ and $\mathrm{d}_{\mathrm{i}}^{*}$ be the best return (profit) and best decision, respectively, for stage i .

Solution:

Stage 1: Roulette

| $\mathrm{s}_{1} / \mathrm{d}_{1}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | $\mathrm{r}_{\mathrm{i}}^{*}$ | $\mathrm{~d}_{\mathrm{i}}^{*}$ |
| :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- |
| $[0,2]$ | $\$ 0$ | - | - | - | - | $\$ 0$ | 0 |
| $[3,5]$ | $\$ 0$ | $\$ 8$ | - | - | - | $\$ 8$ | 1 |
| $[6,8]$ | $\$ 0$ | $\$ 8$ | $\$ 14$ | - | - | $\$ 14$ | 2 |
| $[9,11]$ | $\$ 0$ | $\$ 8$ | $\$ 14$ | $\$ 18$ | - | $\$ 18$ | 3 |
| $[12,25]$ | $\$ 0$ | $\$ 8$ | $\$ 14$ | $\$ 18$ | $\$ 20$ | $\$ 20$ | 4 |

Stage 2: Craps

| $\mathrm{s}_{1} / \mathrm{d}_{1}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | $\mathrm{r}_{\mathrm{i}}^{*}$ | $\mathrm{~d}_{\mathrm{i}}^{*}$ |
| :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- |
| $[0,2]$ | $\$ 0$ | - | - | - | - | $\$ 0$ | 0 |
| $[3,5]$ | $\$ 8$ | - | - | - | - | $\$ 8$ | 0 |
| $[6,8]$ | $\$ 14$ | $\$ 11$ | - | - | - | $\$ 14$ | 0 |
| $[9,11]$ | $\$ 18$ | $\$ 19$ | - | - | - | $\$ 19$ | 1 |
| $[12,14]$ | $\$ 20$ | $\$ 25$ | $\$ 21$ | - | - | $\$ 25$ | 1 |
| $[15,17]$ | $\$ 20$ | $\$ 29$ | $\$ 29$ | - | - | $\$ 29$ | 2 |
| $[18,20]$ | $\$ 20$ | $\$ 31$ | $\$ 35$ | $\$ 30$ | - | $\$ 35$ | 2 |
| $[21,23]$ | $\$ 20$ | $\$ 31$ | $\$ 39$ | $\$ 38$ | - | $\$ 39$ | 2 |
| $[24,25]$ | $\$ 20$ | $\$ 31$ | $\$ 41$ | $\$ 44$ | $\$ 38$ | $\$ 44$ | 3 |

Stage 3: Poker

| $\mathrm{s}_{1} / \mathrm{d}_{1}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | $\mathrm{r}_{\mathrm{i}}^{*}$ | $\mathrm{~d}_{\mathrm{i}}^{*}$ |
| :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- |
| $[0,2]$ | $\$ 0$ | - | - | - | - | $\$ 0$ | 0 |
| $[3,4]$ | $\$ 8$ | - | - | - | - | $\$ 8$ | 0 |
| $[5]$ | $\$ 8$ | $\$ 9$ | - | - | - | $\$ 9$ | 1 |
| $[6,7]$ | $\$ 14$ | $\$ 9$ | - | - | - | $\$ 14$ | 0 |
| $[8]$ | $\$ 14$ | $\$ 17$ | - | - | - | $\$ 17$ | 1 |
| $[9]$ | $\$ 19$ | $\$ 17$ | - | - | - | $\$ 19$ | 0 |
| $[10]$ | $\$ 19$ | $\$ 17$ | $\$ 18$ | - | - | $\$ 19$ | 0 |
| $[11]$ | $\$ 19$ | $\$ 23$ | $\$ 18$ | - | - | $\$ 23$ | 1 |
| $[12]$ | $\$ 25$ | $\$ 23$ | $\$ 18$ | - | - | $\$ 25$ | 0 |
| $[13]$ | $\$ 25$ | $\$ 23$ | $\$ 26$ | - | - | $\$ 26$ | 2 |
| $[14]$ | $\$ 25$ | $\$ 28$ | $\$ 26$ | - | - | $\$ 28$ | 1 |
| $[15]$ | $\$ 29$ | $\$ 28$ | $\$ 26$ | $\$ 26$ | - | $\$ 29$ | 0 |
| $[16]$ | $\$ 29$ | $\$ 28$ | $\$ 32$ | $\$ 26$ | - | $\$ 32$ | 2 |
| $[17]$ | $\$ 29$ | $\$ 34$ | $\$ 32$ | $\$ 26$ | - | $\$ 34$ | 1 |
| $[18]$ | $\$ 35$ | $\$ 34$ | $\$ 32$ | $\$ 34$ | - | $\$ 35$ | 0 |
| $[19]$ | $\$ 35$ | $\$ 34$ | $\$ 37$ | $\$ 34$ | - | $\$ 37$ | 2 |
| $[20]$ | $\$ 35$ | $\$ 38$ | $\$ 37$ | $\$ 34$ | $\$ 34$ | $\$ 38$ | 1 |
| $[21]$ | $\$ 39$ | $\$ 38$ | $\$ 37$ | $\$ 40$ | $\$ 34$ | $\$ 40$ | 3 |
| $[22]$ | $\$ 39$ | $\$ 38$ | $\$ 43$ | $\$ 40$ | $\$ 34$ | $\$ 43$ | 2 |
| $[23]$ | $\$ 39$ | $\$ 44$ | $\$ 43$ | $\$ 40$ | $\$ 42$ | $\$ 44$ | 1 |
| $[24]$ | $\$ 44$ | $\$ 44$ | $\$ 43$ | $\$ 45$ | $\$ 42$ | $\$ 45$ | 3 |
| $[25]$ | $\$ 44$ | $\$ 44$ | $\$ 47$ | $\$ 45$ | $\$ 42$ | $\$ 47$ | 2 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Stage 4: Blackjack

| $\mathrm{s}_{1} / \mathrm{d}_{1}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | $\mathrm{r}_{\mathrm{i}}{ }^{*}$ | $\mathrm{~d}_{\mathrm{i}}{ }^{*}$ |
| :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- |
| $[25]$ | $\$ 47$ | $\$ 50$ | $\$ 51$ | $\$ 47$ | $\$ 45$ | $\$ 51$ | 2 |

The maximum profit that the gaming house can provide is $\$ 51$, with the combination of tables being 2 Roulette, 1 Craps, 1 Poker, and 2 Blackjack.

